

## **Dedução da equação de quebra de umidade em grãos**

*Por: Luís César da Silva<sup>1</sup>*

### **1. Introdução**

Para calcular a quantidade de água a ser removida da massa grãos para atingir o teor de água ideal para armazenagem pode-se trabalhar com teores de água (umidade) expressos em base úmida (% b.u.) ou base seca (b.s.).

Se os teores de água inicial e final são expressos em base seca, basta fazer a diferença dos valores e multiplicar pela massa de matéria seca para determinar a quantidade de água a ser removida do produto. No entanto, o mesmo não se aplica para teores de água expressos em base úmida, pois os denominadores das relações percentuais, que descrevem os teores de água inicial e final são diferentes como demonstrado nas equações 01 e 02.

$$U_i = \frac{M_{ai} \cdot 100}{M_i} \quad \text{eq. 01}$$

$$U_f = \frac{M_{af} \cdot 100}{M_f} \quad \text{eq. 02}$$

em que,

$U_i$  = teor de água inicial, ou seja, antes da secagem, %;

$U_f$  = teor de água final, ou seja, após a secagem, %;

$M_{ai}$  = massa de água inicial kg;

$M_{af}$  = massa de água final, kg;

$M_i$  = massa de produto inicial, kg; e

$M_f$  = massa de produto final, kg.

### **Abstract**

#### **Deduction of grain moisture shrink equation**

(AGAIS – Grain Storage, Agroindustry and Simulation - Technical Bulletin: AG: 01/15- 06/26/2015, Revised: 08/28/2018)

*This extension bulletin shows the deduction of grain moisture shrink equation. This equation is used for calculating the quantity of water that need to be evaporated from grain to guarantee safe storage. Another application, it is the calculus of the amount of product that costumer of one grain storage facility will have after the received product to be processed.*

Dr. Luís César Silva – website: [www.agais.com](http://www.agais.com)

Desse modo, para o entendimento matemático dos cálculos relativos a redução de massa do produto mediante a secagem e a valoração do prejuízo devido a supersecagem são apresentadas neste boletim as deduções das equações para cálculo da *quebra de umidade (QU)* e do percentual de depreciação da supersecagem (*PDS*).

**Nota:** entende-se por supersecagem, quando o teor de água (umidade) do produto apresenta abaixo do ideal para comercialização, armazenagem, beneficiamento e, ou industrialização.

## 2. Dedução da equação para cálculo da quebra de umidade

O termo quebra de umidade, usual na área de armazenagem de grãos, refere ao valor percentual associado à redução de massa do produto mediante a secagem, para tanto se emprega a equação 03.

$$QU = \left[ \frac{U_i - U_f}{100 - U_f} \right] \cdot 100 \quad \text{eq. 03}$$

em que,

$QU$  = quebra de umidade, %.

Para dedução da equação 03 parte-se da seguinte proporção percentual:

$$\begin{array}{l} Mi \quad \text{-----} \quad 100\% \\ Mi - Mf \quad \text{-----} \quad QU \end{array}$$

Sendo então obtida a equação 04 que expressa o valor percentual associado à perda de água durante a secagem.

$$QU = \frac{(M_i - M_f) \cdot 100}{M_f} \quad \text{eq. 04}$$

As massas de produto inicial e final ( $M_i$  e  $M_f$ ) podem ser expressas, conforme as equações 05 e 06.

$$M_i = M_{ai} + M_{ms} \quad \text{eq. 05}$$

$$M_f = M_{af} + M_{ms} \quad \text{eq. 06}$$

em que,

$M_{ms}$  = massa de matéria seca, kg.

Ao substituir as equações 05 e 06 em 04, tem-se a equação 07:

$$QU = \frac{(M_{ai} + M_{ms} - M_{af} - M_{ms}) \cdot 100}{M_{ai} + M_{ms}} \quad \text{eq. 07}$$

E ao se trabalhar a equação 07 tem-se a equação 08:

$$QU = \frac{(M_{ai} - M_{af}) \cdot 100}{M_{ai} + M_{ms}} \quad \text{eq. 08}$$

Para dar continuidade a demonstração faz-se necessário reescrever a massa de água inicial e final produto em função do teor de água (equações 01 e 02), para tanto, foram utilizadas a sequências de equações 09 e 10 com variantes a e b

$$M_{ai} = \frac{U_i \cdot (M_{ai} + M_{ms})}{100} \quad \text{eq. 09}$$

$$M_{af} = \frac{U_f \cdot (M_{ai} + M_{ms})}{100} \quad \text{eq. 10}$$

$$M_{ai} \cdot 100 = U_i \cdot M_{ai} + U_i \cdot M_{ms} \quad M_{ai} \cdot (100 - U_i) = U_i \cdot M_{ms} \quad \text{eq. 09a}$$

$$M_{af} \cdot 100 = U_f \cdot M_{ai} + U_f \cdot M_{ms} \quad M_{af} \cdot (100 - U_f) = U_f \cdot M_{ms} \quad \text{eq. 10a}$$

$$M_{ai} = \frac{(U_i \cdot M_{ms})}{(100 - U_i)} \quad \text{eq. 09b}$$

$$M_{af} = \frac{(U_f \cdot M_{ms})}{(100 - U_f)} \quad \text{eq. 10b}$$

Assim, ao substituir as equações 09b e 10b na equação 08 obtém-se a equação 11.

$$QU = \frac{\left[ \frac{(U_i \cdot M_{ms})}{(100 - U_i)} - \frac{(U_f \cdot M_{ms})}{(100 - U_f)} \right] \cdot 100}{\frac{(U_i \cdot M_{ms})}{(100 - U_i)} + M_{ms}} \quad \text{eq. 11}$$

A massa de matéria seca ( $M_{ms}$ ) é comum a todos os termos do numerador e denominador da equação, então pode-se simplificar a equação 11 gerando a equação 12.

$$QU = \frac{\left[ \frac{U_i}{(100 - U_i)} - \frac{U_f}{(100 - U_f)} \right] \cdot 100}{\frac{U_i}{(100 - U_i)} + 1} \quad \text{eq. 12}$$

Procedendo a organizações aritméticas, equações 13a, 13b e 13c, obtém-se por fim a equação 14, que é empregada nos cálculos dos descontos devido à redução de massa do produto mediante a secagem.

$$QU = \frac{\left[ \frac{U_i \cdot (100 - U_f) - U_f \cdot (100 - U_i)}{(100 - U_i) \cdot (100 - U_f)} \right] \cdot 100}{\frac{U_i + 100 - U_i}{(100 - U_i)}} \quad \text{eq. 13a}$$

.....

$$QU = \left[ \frac{U_i \cdot (100 - U_f) - U_f \cdot (100 - U_i)}{(100 - U_f)} \right] \quad \text{eq. 13b}$$

.....

$$QU = \left[ \frac{U_i \cdot 100 - U_f \cdot U_i - U_f \cdot 100 + U_f \cdot U_i}{(100 - U_f)} \right] \quad \text{eq. 13c}$$

$$QU = \left[ \frac{U_i - U_f}{100 - U_f} \right] \cdot 100 \quad \text{eq. 14}$$

### 3. Dedução da equação do percentual de depreciação da supersecagem

A modelo do cálculo da quantidade de água que o produto perde durante a secagem, às vezes é necessária calcular a quantidade de água que o produto perdeu em excesso devido à supersecagem.

A supersecagem caracteriza-se pelo fato do produto apresentar teor de água (umidade) abaixo do recomendado para comercialização, armazenagem, beneficiamento e, ou industrialização. E esse processo pode ocorrer: (a) no campo – quando atrasos na colheita faz com que o produto seja seco além do necessário; (b) na secagem – exemplo: a

não segregação das cargas recebidas segundo a umidade faz com que cargas de produto muito úmido sejam misturadas as de produtos mais secos. Isso dificulta a monitoração da operação de secagem, e pode ocorrer que porções de grãos sejam secas além do necessário; (c) na aeração – ao não observar as condições psicrométricas do ar aplicado ao produto armazenado, pode ocorrer que fluxos de ar seco (baixa umidade relativa), promovam a secagem do produto a níveis abaixo do desejado.

Visando mensurar os prejuízos decorrentes da supersecagem, emprega-se a equação 15, para o cálculo do percentual de depreciação da supersecagem.

$$PDS = \left[ \frac{U_{de} - U_{ss}}{100 - U_{de}} \right] \cdot 100 \quad \text{eq. 15}$$

em que,

$PDS$  = Valor percentual depreciação da supersecagem, %;

$U_{ss}$  = teor de água do produto após a supersecagem, %;

$U_{de}$  = teor de água do produto desejado, %;

$M_{at}$  = massa de produto após a supersecagem, kg; e

$M_{de}$  = massa esperada do produto caso não houvesse a supersecagem, kg.

Para dedução matemática da equação 15 parte-se das seguintes proporções percentuais

$$\begin{array}{l} M_{at} \quad \text{-----} \quad 100\% \\ M_{de} - M_{ast} \quad \text{-----} \quad RUS \end{array}$$

Portanto o ganho percentual relativo ao processo de umedecimento do produto pode ser expresso conforme a equação 16.

$$PDS = \frac{(M_{de} - M_{at}) \cdot 100}{M_{at}} \quad \text{eq. 16}$$

A modelo das equações 09b e 10b, as massas de água do produto antes e após o supersecagem podem ser expressas conforme a equações 17, e 18, respectivamente.

$$M_{ass} = \frac{(U_{ss} \cdot M_{ms})}{(100 - U_{ss})} \quad \text{eq. 17}$$

$$M_{ade} = \frac{(U_{de} \cdot M_{ms})}{(100 - U_{de})} \quad \text{eq. 18}$$

$M_{ass}$  = massa de água do produto superseco atual, kg;

$M_{ade}$  = massa de água do produto desejada, kg; e

$M_{ms}$  = massa de matéria seca, kg.

Ao substituir as equações 17 e 18 em 16 obtém-se a equação 19.

$$PDS = \frac{\left[ \frac{(U_{de} \cdot M_{ms})}{(100 - U_{de})} - \frac{(U_{ss} \cdot M_{ms})}{(100 - U_{ss})} \right] \cdot 100}{\frac{(U_{ss} \cdot M_{ms})}{(100 - U_{ss})} + M_{ms}} \quad \text{eq. 19}$$

Como  $M_{ms}$  é comum a todos os termos do numerador e denominador da equação 19,  $M_{ms}$  pode ser eliminado obtendo-se a equação 20, que ao ser manipulada aritmeticamente, leva as configurações das equações 20a, 20b e 20c, sendo por fim definida a equação 21.

$$PDS = \frac{\left[ \frac{U_{de}}{(100 - U_{de})} - \frac{U_{ss}}{(100 - U_{ss})} \right] \cdot 100}{\frac{U_{ss}}{(100 - U_{ss})} + 1} \quad \text{eq. 20}$$

.....

$$PDS = \frac{\left[ \frac{U_{de} \cdot (100 - U_{ss}) - U_{ss} \cdot (100 - U_{de})}{(100 - U_{de}) \cdot (100 - U_{ss})} \right] \cdot 100}{\frac{U_{at} - 100 - U_{ss}}{100 - U_{ss}}} \quad \text{eq. 20a}$$

.....

$$PDS = \left[ \frac{U_{de} \cdot (100 - U_{ss}) - U_{ss} \cdot (100 - U_{de})}{(100 - U_{ss})} \right] \quad \text{eq. 20b}$$

.....

eq. 20c

$$PDS = \left[ \frac{U_{de} \cdot 100 - U_{de} \cdot U_{ss} - U_{ss} \cdot 100 + U_{de} \cdot U_{ss}}{(100 - U_{de})} \right]$$

$$PDS = \left[ \frac{U_{de} - U_{ss}}{100 - U_{de}} \right] \cdot 100 \quad \text{eq. 21}$$

#### 4. Exemplos Aplicativos

##### 4.1 Exemplo de uso da equação de quebra de umidade

*Exemplo: Calcule o desconto devido a operação de secagem, quando uma carga de 25.000 kg de milho com 26,0% de umidade é seca até a umidade de 13,0%*

*Passo 1 – calcular a quebra de umidade*

$$QU = \left[ \frac{U_i - U_f}{100 - U_f} \right] \cdot 100 = QU = \left[ \frac{26,0 - 13,0}{100 - 13,0} \right] \cdot 100 = 14,94\%$$

*Passo 2 – calcular do desconto devido a secagem (Desc)*

$$Des = 25.000 * 14,94 \% = 3.735 \text{ kg}$$

##### 4.2 Exemplo de uso da equação o percentual de depreciação da supersecagem

*Exemplo: Por erro operacional uma carga de soja foi superseca, sendo constatada a massa final de 34.500 kg e umidade de 12,5%. Calcule o quando se perdeu com a supersecagem, considerando que a umidade desejada fosse 14,0%.*

*Passo 1 – calcular o percentual de depreciação da supersecagem*

$$PDS = \left[ \frac{U_{de} - U_{ss}}{100 - U_{de}} \right] \cdot 100 = \left[ \frac{14,0 - 12,5}{100 - 14,0} \right] \cdot 100 = 1,74\%$$

*Passo 2 – calcular a depreciação devido a supersecagem (Dss).*

$$Dss = 34.500 * 1,74 \% \cong 602 \text{ kg}$$

→ 602 kg corresponde aproximadamente a 10 sacas, considerando a cotação da soja em R\$ 75,00/sacas, o prejuízo devido a supersecagem foi de R\$ 750,00.

## **5. Ponderações Finais**

Neste artigo é feita a demonstração matemática das equações para os cálculos da quebra de umidade e do percentual de depreciação da supersecagem. Assim, estudantes e gestores da área de armazenagem de grãos podem adquirir conhecimento quanto à origem dessas equações.

Para demonstrar a equação de quebra de impureza, basta seguir os mesmos procedimentos adotados para equação da quebra de umidade.

## **6. Referências**

BROOKER, D. B., BAKKER-ARKEMA, F. W., HALL, C. W. **Drying and storage of grains and oilseeds**. New York: Van Nostrand Reinhold, 1992. 450 p.

HELLEVANG, K. J. **Grain moisture content effects and management**. Extension Service of North Dakota State University – NSDU, AE-905 (Revised). March 1995. 8 p.

SILVA, J. S. [editor], **Pré-processamento de produtos agrícolas**. Juiz de Fora: Instituto Maria, 1995. 509 p.