

Programação Linear – Modelo Escala de Trabalho

Prof. Luís César da Silva
email: silvalc@cca.ufes.br

1. Introdução

Este tipo de modelo é aplicado em situações quando da necessidade contratação de mão-de-obra e, ou, locação de equipamentos, ao menor custo, visando atender a uma demanda programada para um período de tempo, que pode ser, por exemplo, uma semana. Veja o exemplo a seguir.

Exemplo: A empresa Brás Brasa S.A presta serviços ao Laticínio Milk Boy ofertando diariamente energia na forma de vapor e água aquecida a 100 °C. Para tanto, a Brás Brasa S.A conta com um complexo de caldeiras que funcionam de segunda a domingo das 5:30 às 18:00 horas. E para garantir essa prestação de serviços a empresa demanda diariamente o número de colaboradores conforme listado na Tabela 01.

Tabela 01 – Número de colaboradores requerido por dia da semana

Dia da Semana	Demanda de colaboradores
Segunda-feira	36
Terça-feira	30
Quarta-feira	42
Quinta-feira	17
Sexta-feira	26
Sábado	17
Domingo	12

Os colaboradores podem ser funcionários fixos ou diaristas. Os funcionários fixos são remunerados R\$ 35,00/dia e devem trabalhar cinco dias consecutivos e descansar dois. Os diaristas, contratados eventualmente, recebem R\$ 45,00/dia. Desse modo, formule um modelo de PL para minimizar os custos com contratações e atender as demandas diárias de colaboradores.

2. Modelagem

Como em toda modelagem de problemas de programação linear, três passos são básicos: (1) definição das variáveis de decisão, (2) modelagem matemática da função objetivo e (3) modelagem matemática das restrições.

2.1 Definição das variáveis de decisão

Para o problema proposto, as variáveis de decisão devem descrever o número de colaboradores a serem contratados. O que poderá ser funcionários fixos ou diaristas. Desse modo, as variáveis de decisão são:

- FSG - número de funcionários fixos que inicia a jornada na segunda-feira.
- FTE - número de funcionários fixos que inicia a jornada na terça-feira.
- FQA - número de funcionários fixos que inicia a jornada na quarta-feira.
- FQI - número de funcionários fixos que inicia a jornada na quinta-feira.
- FSX - número de funcionários fixos que inicia a jornada na sexta-feira.
- FSB - número de funcionários fixos que inicia a jornada no sábado.
- FDO - número de funcionários fixos que i inicia a jornada no domingo.

- DSG - número de diaristas contratados para segunda-feira.
- DTE - número de diaristas contratados para terça-feira.
- DQA - número de diaristas contratados para quarta-feira.
- DQI - número de diaristas contratados para quinta-feira.
- DSX - número de diaristas contratados para sexta-feira.
- DSB - número de diaristas contratados para sábado.
- DDO - número de diaristas contratados para domingo.

2.2 Estruturação da função objetivo

Conforme o enunciado do problema a empresa Brás Brasa S.A deseja contratar um número de colaboradores que atenda as demandas, mas ao menor custo. Desse modo, o modelo de PL é de minimização.

A escala de trabalho proposta refere a uma semana, desse modo, para os funcionários fixos o valor da remuneração semanal relativo aos cinco dias trabalhados totaliza (5x 35,00=) R\$ 175,00 por semana. Portanto, para modelar o custo do pagamento dos salários semanais dos funcionários fixos utiliza-se a equação abaixo:

$$175x_{FSEG} + 175x_{FTE} + 175x_{FQUA} + 175x_{FQUI} + 175x_{FSEX} + 175x_{FSAB} + 175x_{FDOM}$$

E para complementar a modelagem dos custos tem-se a fração relativa ao pagamento dos diaristas, o que é modelado pela seguinte equação:

$$45x_{DSEG} + 45x_{DTER} + 45x_{DQUA} + 45x_{DQUI} + 45x_{DSEX} + 45x_{DSAB} + 45x_{DDOM}$$

Para definir a função objetivo é então necessário somar os custos relativos aos pagamentos dos funcionários fixos e diaristas. Desse modo, a função objetivo toma a seguinte configuração:

$$\text{Minimizar } Z = 175x_{FSEG} + 175x_{FTE} + 175x_{FQUA} + 175x_{FQUI} + 175x_{FSEX} + 175x_{FSAB} + 175x_{FDOM} + 45x_{DSEG} + 45x_{DTER} + 45x_{DQUA} + 45x_{DQUI} + 45x_{DSEX} + 45x_{DSAB} + 45x_{DDOM}$$

2.2 Modelagem das restrições

Para facilitar a modelagem das restrições é representado na Tabela 02 como é organizada a escala de trabalho. Assim, por exemplo, a equipe de funcionários que inicia a jornada semanal na segunda-feira, trabalhará de segunda a sexta-feira, descansando sábado e domingo. Enquanto, a equipe que iniciar no domingo terá descanso sexta-feira e sábado.

Tabela 02 – Organização da escala de trabalho

Dias de trabalho	Início da jornada semanal						
	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira	Sábado	Domingo
Segunda-feira	1º			5º	4º	3º	2º
Terça-feira	2º	1º			5º	4º	3º
Quarta-feira	3º	2º	1º			5º	4º
Quinta-feira	4º	3º	2º	1º			5º
Sexta-feira	5º	4º	3º	2º	1º		
Sábado		5º	4º	3º	2º	1º	
Domingo			5º	4º	3º	2º	1º

Para modelagem das restrições conforme a Tabela 2 estará trabalhando na segunda-feira os funcionários das equipes que iniciaram a jornada semanal na segunda, quinta, sexta, sábado e domingo, além dos diaristas contratados para trabalhar na segunda-feira. Portanto, matematicamente o número de colaboradores disponível na segunda-feira é descrito pela seguinte inequação:

$$FSEG + FQUI + FSEX + FSAB + FDOM + DSEG \geq 36$$

Desse modo, as restrições relativas aos sete dias da semana são descritas da seguinte forma:

1 - segunda-feira	$FSEG + FQUI + FSEX + FSAB + FDOM + DSEG \geq 36$
2 - terça-feira	$FSEG + FTER + FSEX + FSAB + FDOM + DTER \geq 30$
3 - quarta-feira	$FSEG + FTER + FQUA + FSAB + FDOM + DQUA \geq 42$
4 - quinta-feira	$FSEG + FTER + FQUA + FQUI + FDOM + DQUI \geq 17$
5 - sexta-feira	$FSEG + FTER + FQUA + FQUI + FSEX + DSEX \geq 26$
6 - sábado	$FTER + FQUA + FQUI + FSEX + FSAB + DSAB \geq 17$
7 - domingo	$FQUA + FQUI + FSEX + FSAB + FDOM + DDOM \geq 12$

3. Solução

Para rodar o modelo pode-se empregar, por exemplo, o programa LINDO™ ou o suplemento SOLVER disponibilizado pelo programa Microsoft Excel™.

Nas Figuras 01 e 02 são apresentadas as configurações do modelo e os resultados, respectivamente, ao utilizar o programa LINDO™. E na Figura 03 é mostrado o modelo e a solução empregando o suplemento SOLVER presente no Microsoft Excel™.

```
G:\PL2009\TRABESC.LTX
?VARIÁVEIS DE DECISÃO
?
? FSEG, FTER, FQUA, FQUI, FSEX, FSAB, FDO - número de funcionários fixos
? que iniciam a jornada de trabalho semanal na segunda ..... domingo.
?
? DSEG, DTER, DQUA, DQUI, DSEX, DSAB, DDO - número de diaristas para cada
? dia da semana.
?
?
?
MIN 175FSEG + 175FTER + 175FQUA + 175FQUI + 175FSEX + 175FSAB + 175FDOM +
    45DSEG + 45DTER + 45DQUA + 45DQUI + 45DSEX + 45DSAB + 45DDOM

ST

SEG) FSEG          + FQUI  + FSEX  + FSAB   + FDOM  + DSEG  >= 36
TER) FSEG + FTER          + FSEX  + FSAB   + FDOM  + DTER  >= 30
QUA) FSEG + FTER + FQUA          + FSAB   + FDOM  + DQUA  >= 42
QUI) FSEG + FTER + FQUA + FQUI          + FDOM  + DQUI  >= 17
SEX) FSEG + FTER + FQUA + FQUI + FSEX          + DSEX  >= 26
SAB)          FTER + FQUA + FQUI + FSEX + FSAB          + DSAB  >= 17
DOM)          FQUA + FQUI + FSEX + FSAB   + FDOM  + DDOM  >= 12

END
```

Figura 01 – Modelo estruturado utilizando o programa LINDO™.

Conforme os resultados apresentados na Figura 02 (e Figura 03) a empresa Brás Brasa S.A despenderá R\$ 6.645,00 para o pagamento dos colaboradores. Quanto à contratação de colaboradores é recomendado: (a) funcionários – 13 iniciam a jornada semanal na segunda-feira, 5 na terça-feira e 12 no sábado; e (b) diaristas: deve-se contrata 11 para trabalhar na segunda-feira, 12 para quarta-feira e 8 para sexta-feira. Vide a síntese dos resultados apresentados na Tabela 03.

Desse modo, conforme representado na parte inferior da Figura 02, no relatório do LINDO™ é demonstrado que apenas na quinta-feira ocorre oferta de um colaborador a mais além do necessário, quando eram demandados 17 colaboradores e estarão trabalhando 18. O mesmo resultado pode ser observado utilizando o SOLVER™ (Figura 03) ao se comparar as colunas “Disponível” e “Demanda”.

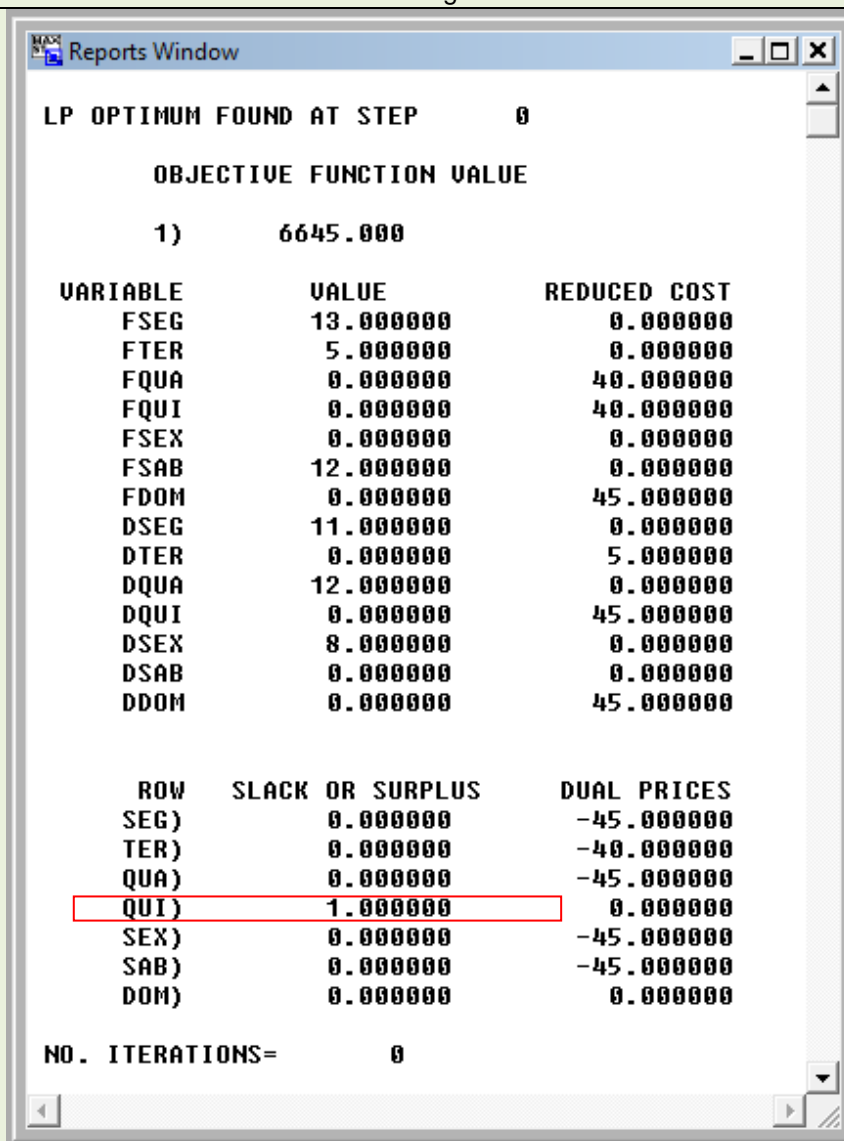


Figura 02 – Solução obtida utilizando o programa LINDO™.

Tabela 03 – Número de colaboradores a contratar

Dia da Semana	Número de Funcionários	Número de Diaristas	Número de Colaboradores (Trabalhando)	Número de Colaboradores (Demandado)
Segunda-feira	13	11	36	36
Terça-feira	5		30	30
Quarta-feira		12	42	42
Quinta-feira			18	17
Sexta-feira		8	26	26
Sábado	12		17	17
Domingo			12	12

Nota: É importante ressaltar que os resultados apresentados referem à solução de um exercício com finalidade acadêmica.

work_schedule - Microsoft Excel uso não comercial

Início Inserir Layout da Página Fórmulas Dados Revisão Exibição

J40

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
14																		
15																		
16			Funcionários Fixos						Diaristas									
17		Variáveis de Decisão:	FSEG	FTER	FQUA	FQUI	FSEX	FSAB	FDOM	DSEG	DTER	DQUA	DQUI	DSEX	DSAB	DDOM		
18		Coefficientes	175	175	175	175	175	175	175	45	45	45	45	45	45	45		
19																		
20		Valor Calculado	13	5	0	0	0	12	0	11	0	12	0	8	0	0		
21																		
22																		
23		Valor da Função Objetivo																6645
24																		
25																		
26																		
27		Dias da Semana	FSEG	FTER	FQUA	FQUI	FSEX	FSAB	FDOM	DSEG	DTER	DQUA	DQUI	DSEX	DSAB	DDOM	Disponível	Demanda
28		Segunda-feira	1			1	1	1	1	1							36	36
29		Terça-feira	1	1			1	1	1		1						30	30
30		Quarta-feira	1	1	1			1	1			1					42	42
31		Quinta-feira	1	1	1	1			1				1				18	17
32		Sexta-feira	1	1	1	1	1							1			26	26
33		Sábado		1	1	1	1	1							1		17	17
34		Domingo			1	1	1	1	1							1	12	12
35																		

Figura 03 – Modelo e solução empregando o suplemento SOLVER do Microsoft Excel™.

4. Ponderações Finais

Conforme demonstrado nesse boletim, os modelos de PL tipo de escala de trabalho permitem empresas organizar equipes de colaboradores e, ou de recursos de produção (exemplo: equipamentos) para atender as necessidades dos processos produtivos e, ou da prestação de serviços ao menor custo.

No entanto, é importante ressaltar que o sucesso do emprego de qualquer ferramenta de pesquisa operacional está relacionado à qualidade dos dados estatísticos empregados nas formulações.

5. Referências

LACHTERMACHER, G. **Pesquisa operacional na tomada de decisão: modelagem em Excel**. Editora Campus. 2002.

LAW, A. M. e KELTON, W. D. **Simulation modeling and analysis**. McGraw-Hill Inc., 2a ed. 1991. 759p.

PRADO, D. **Programação linear**. Editora de Desenvolvimento Gerencial.. 2000.

WINSTON, W. L. **Operations research - applications and algorithms**. International Thomson Publishing. Belmont, California. 1994. 1312p.