

## **Dedução da equação de quebra de umidade em grãos**

*Por: Luís César da Silva*

### **1. Introdução**

Para calcular a quantidade de água a ser removida da massa grãos para atingir o teor de água final pode-se trabalhar com teores de água (teor de umidade) expressos em base úmida (%b.u.) ou base seca (b.s.).

Se os valores dos teores de umidade inicial e final são expressos em base seca, basta fazer a diferença dos valores e multiplicar pela massa de matéria seca para determinar a quantidade de água a ser evaporada do produto.

O mesmo não se aplica ao se trabalhar com teores de umidade expressos em base úmida, pois os denominadores das relações percentuais que descrevem os teores de umidade inicial e final são diferentes, como demonstrados nas equações 01 e 02.

$$U_i = \frac{M_{ai} \cdot 100}{M_i} \quad \text{Eq. 01}$$

$$U_f = \frac{M_{af} \cdot 100}{M_f} \quad \text{Eq. 02}$$

em que,

$U_i$  = teor de água inicial, ou seja, antes do processo de secagem, %;

$U_f$  = teor de água final, ou seja, após o processo de secagem, %;

$M_{ai}$  = massa de água inicial kg; e

$M_{af}$  = massa de água final, kg.

$M_i$  = massa de produto inicial, kg; e

$M_f$  = massa de produto final, kg.

### **Abstract**

#### ***Deduction of grain moisture shrink equation***

*(Federal University of Espírito Santo - Food Engineering Department - Technical Bulletin: AG: 01/15 - 06/26/2016.*

*This extension bulletin shows the deduction of grain moisture shrink equation. This equation is used for calculating the quantity of water that need to be evaporated from grain to guarantee safe storage. Another application, it is the calculus of the amount of product that costumer of one grain storage facility will have after the received product to be processed.*

*Dr. Luís César Silva – website: [www.agais.com](http://www.agais.com)*

Igual raciocínio aplicado ao cálculo da redução da massa de produto mediante a secagem, também pode ser calculado para avaliar a perda de água mediante o processo de supersecagem, em que o produto seco tem teor de umidade abaixo do recomendado.

Desse modo, para o entendimento matemático desses cálculos são apresentadas neste boletim as deduções das equações para cálculo da *quebra de umidade* e de supersecagem, ao se trabalhar com o teor de umidade do produto é expresso em base úmida.

## 2. Dedução da equação para cálculo da quebra de umidade

O termo quebra de umidade, usual na área de armazenagem de grãos, refere ao valor percentual associado à redução de massa do produto mediante a secagem, para tanto se emprega a equação 03.

$$QU = \left[ \frac{U_i - U_f}{100 - U_f} \right] \cdot 100 \quad \text{Eq. 03}$$

em que,

$QU$  = valor percentual da quebra de umidade, %.

Para dedução da equação 03 parte-se da seguinte proporção percentual:

$$\begin{array}{l} M_i \quad \text{-----} \quad 100\% \\ M_i - M_f \quad \text{-----} \quad QU \end{array}$$

Sendo então obtida a equação 04 que expressa o valor percentual associado à perda de água do produto.

$$QU = \frac{(M_i - M_f) \cdot 100}{M_f} \quad \text{Eq. 04}$$

As massas de produto inicial e final ( $M_i$  e  $M_f$ ) podem ser expressas, conforme as equações 05 e 06.

$$M_i = M_{ai} + M_{ms} \quad \text{Eq. 05}$$

$$M_f = M_{af} + M_{ms} \quad \text{Eq. 06}$$

em que,

$M_{ms}$  = massa de matéria seca, kg.

Ao substituir as equações 05 e 06 em 04, tem-se a equação 06:

$$QU = \frac{(M_{ai} + M_{ms} - M_{af} - M_{ms}) \cdot 100}{M_{ai} + M_{ms}} \quad \text{Eq. 07}$$

E ao se trabalhar a equação 06 tem-se a equação 08:

$$QU = \frac{(M_{ai} - M_{af}) \cdot 100}{M_{ai} + M_{ms}} \quad \text{Eq. 08}$$

Para dar continuidade a demonstração faz-se necessário reescrever a massa de água inicial e final produto em função do teor de umidade (equações 01 e 02), para tanto, foram utilizadas a sequencias de equações 09 e 10 com variantes a e b

$$M_{ai} = \frac{U_i \cdot (M_{ai} + M_{ms})}{100} \quad \text{Eq. 09}$$

$$M_{af} = \frac{U_f \cdot (M_{ai} + M_{ms})}{100} \quad \text{Eq. 10}$$

$$M_{ai} \cdot 100 = U_i \cdot M_{ai} + U_i \cdot M_{ms} \quad M_{ai} \cdot (100 - U_i) = U_i \cdot M_{ms} \quad \text{Eq. 09a}$$

$$M_{af} \cdot 100 = U_f \cdot M_{ai} + U_f \cdot M_{ms} \quad M_{af} \cdot (100 - U_f) = U_f \cdot M_{ms} \quad \text{Eq. 10a}$$

$$M_{ai} = \frac{(U_i \cdot M_{ms})}{(100 - U_i)} \quad \text{Eq. 09b}$$

$$M_{af} = \frac{(U_f \cdot M_{ms})}{(100 - U_f)} \quad \text{Eq. 10b}$$

Assim, ao substituir as equações 09b e 10b na equação 08 obtém-se a equação 11.

$$QU = \frac{\left[ \frac{(U_i \cdot M_{ms})}{(100 - U_i)} - \frac{(U_f \cdot M_{ms})}{(100 - U_f)} \right] \cdot 100}{\frac{(U_i \cdot M_{ms})}{(100 - U_i)} + M_{ms}} \quad \text{Eq. 11}$$

Como massa de matéria seca ( $M_{ms}$ ) é comum a todos os termos do numerador e denominador da equação, esta pode ser cortada, gerando a equação 12.

$$QU = \frac{\left[ \frac{U_i}{(100 - U_i)} - \frac{U_f}{(100 - U_f)} \right] \cdot 100}{\frac{U_i}{(100 - U_i)} + 1} \quad \text{Eq. 12}$$

Procedendo a organizações aritméticas, equações 13a, 13b e 13c, obtém-se por fim a equação 14.

$$QU = \frac{\left[ \frac{U_i \cdot (100 - U_f) - U_f \cdot (100 - U_i)}{(100 - U_i) \cdot (100 - U_f)} \right] \cdot 100}{\frac{U_i + 100 - U_i}{(100 - U_i)}} \quad \text{Eq. 13a}$$

.....

$$QU = \left[ \frac{U_i \cdot (100 - U_f) - U_f \cdot (100 - U_i)}{(100 - U_f)} \right] \quad \text{Eq. 13b}$$

.....

$$QU = \left[ \frac{U_i \cdot 100 - U_f \cdot U_i - U_f \cdot 100 + U_f \cdot U_i}{(100 - U_f)} \right] \quad \text{Eq. 13c}$$

$$QU = \left[ \frac{U_i - U_f}{100 - U_f} \right] \cdot 100 \quad \text{Eq. 14}$$

### 3. Dedução da equação para debito devido supersecagem

A modelo do cálculo da quantidade de água que o produto perde durante a secagem, às vezes é necessária calcular a quantidade de água que o produto deveria ter caso não houve ocorrido a supersecagem, ou seja, como se estivesse ocorrendo o reumedecimento do produto. Para calcular essa quantidade em termos percentuais utiliza-se a equação 15.

$$DS = \left[ \frac{U_{de} - U_{at}}{100 - U_{de}} \right] \cdot 100 \quad \text{Eq. 15}$$

em que,

$DS$  = Valor percentual relativo do debito por supersecagem (reumedecimento), %;

$U_{at}$  = teor de água do produto após a supersecagem, atual, %;

$U_{de}$  = teor de água do produto desejado, %;

$M_{at}$  = massa de produto após a supersecagem, atual, kg; e

$M_{de}$  = massa esperada do produto caso não houvesse a supersecagem, kg.

Para dedução matemática da equação 15 parte-se das seguintes proporções percentuais

$$\begin{array}{r} M_{at} \quad \text{-----} \quad 100\% \\ M_{de} - M_{at} \quad \text{-----} \quad RU \end{array}$$

Portanto o ganho percentual relativo ao processo de umedecimento do produto pode ser expresso conforme a equação 16.

$$RU = \frac{(M_{de} - M_{at}) \cdot 100}{M_{at}} \quad \text{Eq. 16}$$

A modelo das equações 09b e 10b, as massas de água do produto antes e após o umedecimento podem ser expressas conforme a equações 17, e 18, respectivamente.

$$M_{aat} = \frac{(U_{at} \cdot M_{ms})}{(100 - U_{at})} \quad \text{Eq. 17}$$

$$M_{ade} = \frac{(U_{de} \cdot M_{ms})}{(100 - U_{de})} \quad \text{Eq. 18}$$

$M_{aat}$  = Massa de água do produto atual, kg;

$M_{ade}$  = Massa de água do produto desejada, kg; e

$M_{ms}$  = Massa de matéria seca, kg.

Ao substituir as equações 17 e 18 em 16 obtém-se a equação 19.

$$DS = \frac{\left[ \frac{(U_{de} \cdot M_{ms})}{(100 - U_{de})} - \frac{(U_{at} \cdot M_{ms})}{(100 - U_{at})} \right] \cdot 100}{\frac{(U_{at} \cdot M_{ms})}{(100 - U_{at})} + M_{ms}} \quad \text{Eq. 19}$$

Como  $M_{ms}$  é comum a todos os termos do numerador e denominador da equação 19,  $M_{ms}$  pode ser eliminado obtendo-se a equação 20, que ao ser manipulada aritmeticamente, leva as configurações das equações 20a, 20b e 20c, sendo por fim definida a equação 21.

$$DS = \frac{\left[ \frac{U_{de}}{(100 - U_{de})} - \frac{U_{at}}{(100 - U_{at})} \right] \cdot 100}{\frac{U_{at}}{(100 - U_{at})} + 1} \quad \text{Eq. 20}$$

.....

$$DS = \frac{\left[ \frac{U_{de} \cdot (100 - U_{at}) - U_{at} \cdot (100 - U_{de})}{(100 - U_{de}) \cdot (100 - U_{at})} \right] \cdot 100}{\frac{U_{at} - 100 - U_{at}}{100 - U_{at}}} \quad \text{Eq. 20a}$$

.....

$$RU = \left[ \frac{U_{de} \cdot (100 - U_{at}) - U_{at} \cdot (100 - U_{de})}{(100 - U_{de})} \right] \quad \text{Eq. 20b}$$

.....

$$RU = \left[ \frac{U_{de} \cdot 100 - U_{de} \cdot U_{at} - U_{at} \cdot 100 + U_{de} \cdot U_{at}}{(100 - U_{de})} \right] \quad \text{Eq. 20c}$$

$$DS = \left[ \frac{U_{de} - U_{at}}{100 - U_{de}} \right] \cdot 100 \quad \text{Eq. 21}$$

#### 4. Ponderações Finais

Neste artigo é feita a demonstração matemática das equações para os cálculos da quebra de umidade e do debito devido à supersecação ou o mesmo que reumedecimento dos grãos. Assim, estudantes e gestores da área de armazenagem de grãos podem adquirir conhecimento quanto à origem dessas equações.

Para demonstrar a equação de quebra de impureza, basta seguir os mesmos procedimentos adotados para demonstração da quebra de umidade.

## 5. Referências

BROOKER, D. B., BAKKER-ARKEMA, F. W., HALL, C. W. **Drying and storage of grains and oilseeds**. New York: Van Nostrand Reinhold, 1992. 450 p.

HELLEVANG, K. J. **Grain moisture content effects and management**. Extension Service of North Dakota State University – NSDU, AE-905 (Revised). March 1995. 8 p.

SILVA, J. S. [editor], **Pré-processamento de produtos agrícolas**. Juiz de Fora: Instituto Maria, 1995. 509 p.